Чем ближе к концу отрезка, тем хуже получается решение  
Получается точность чуть больше чем у р-к

Работа 6. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений многошаговым методом

**Формулировка задачи**. Решить задачу Коши для ОДУ неявным методом Адамса.

**Этапы решения:**

1. Найти решение задачи Коши для данной точки методом Рунге-Кутта 2 порядка
2. Уточнить полученное решение, используя неявный метод Адамса 2 порядка

**Алгоритм метода**

1. Задать сетку с количеством точек N=15 и шагом h=(b-a)/N. Заполнить массив сетки по формуле x\_i=a+h\*i, x\_N=a+h\*N=b. В начале алгоритма i положить равным 0.
2. Задать начальное количество разбиений отрезка k = 1 и рассмотреть решение задачи Коши в точке сетки a+(i+1)\*h с заданным начальным условием y(a+i\*h). Новый шаг для отрезка [a+i\*h, a+(i+1)\*h] вычислится по формуле h\_new = h/k.
3. Вычислить решение задачи Коши для каждой точки разбиения методом Рунге-Кутты 2 порядка, а затем уточнить каждое из полученных значений по формуле неявного метода Адамса: …
4. Удвоить разбиение k=k\*2. и выполнить пункт 3. Если по правилу Рунге … >3 eps, повторить пункт 4, пока не будет достигнута заданная точность.
5. Положить i=i+1 и перейти к пункту 2. Так рассмотреть решение задачи Коши в каждой точке сетки на [a+i\*h, a+(i+1)\*h] при i=0..N.

**Тестовый пример (у Ксюши)**

**Модульная структура программы**

**Перечень контрольных тестов**

Было найдено решение задачи Коши для диф. ур-ия … на промежутке… С начальным условием…  
Точность менялась от … до … . Была исследована зависимость фактической точности метода адамса от заданной точности, рассмотрены результаты работы алгоритма для метода Рунге-Кутты без уточнения методом Адамса (зависимость фактической точности при работе метода по описанному алгоритму без последнего шага уточнения от заданной точности). Для каждой точности было рассмотрено максимальное и минимальное количества разбиений для представленного алгоритма и чистого метода Рунге-Кутты 2 порядка без изменений. Вносились возмущения в начальное условие от 1% до 10^-8% (или от 10-2 до 10-10 в долях) при фиксированной заданной точности e = 10^-5.

**Численный анализ решения задачи**

При разбиении k=2 на первом шаге алгоритма была достигнута точность 10 в -4. При заданной точности 10 в -4, заданная оказалась равной 10 в -5. Далее порядок фактической точности соответствовал заданной. Решение задачи Коши, посчитанное методом Рунге-Кутты 2 порядка без последнего уточнения методом Адамса давало такой же порядок точности, что и метод Адамса, однако значение мантиссы было больше на 1-2, что доказывает увеличение точности при уточнении методом Адамса. При подсчете решения задачи коши для тех же точек чистым методом Рунге-Кутты фактическая точность достигалась на порядок выше, однако количество разбиений было в 3-4 раза больше. Для метода Адамса минимальное количество разбиений для точности вплоть до 10 в -6 составляло всего 2, для 10 в -8 – 32, для 10 в -10 512. Максимальное количество разбиений вплоть до точности 10 в -4 составило 2, для точности 10 в -6 – 32, 10 в -8 256 и 10 в -10 2048.

Для вносимой погрешности при фиксированной точности eps = 10 в -5 порядок фактической точности совпадал с порядком внесенной погрешности вплоть до погрешности 10 в -6, а затем не менялся и оставался порядка 10 в -5 – можно проследить прямую зависимость от заданной точности.

**Вывод**

Неявный метод Адамса является легко программируемым, а также более быстрым, чем чистый метод Рунге-Кутты – ему нужно на 3-4 итерации меньше, чтобы достигнуть заданной точности. Также метод является устойчивым: для погрешности в долях, не большей eps\*0.1, порядок фактической точности совпадал с порядком вносимой погрешности.